

地震の確率セルオートマトンモデル

佐藤 和弘*

1 序

1995年1月に起きた阪神大震災の惨状はまだ記憶に新しい。古来から地震は突然襲ってきて、大きな被害をもたらすものとして恐れられてきた。「天災」というのは人知では防ぎようのない災害のことであるが、科学が進歩した現在もなお、地震は天災の典型例である。ところで地震は、地球上のどこでも起きるというわけではない。大きな地震が顕著に繰り返されるのは、地球上の極めて限られた地域である。それは狭い帯状になって分布するので、地震帯と呼ばれている(図1参照)。地震帯は、地球表面を薄く覆うプレートどうしが作る境界にそって存在する。これらの境界は次の3つに分類される。一方のプレートがもう一方のプレートの下部へ沈み込む収束境界(subductingゾーン)、プレートが中央から湧き出してくる発散境界(海嶺)、そして2つのプレートが互いに横方向にずれていくすれ違い境界(transform断層)である。

世界の震央分布図、震源100km以浅、 $M \geq 4$ 、1961~1967年(理科年表昭和57年版より)

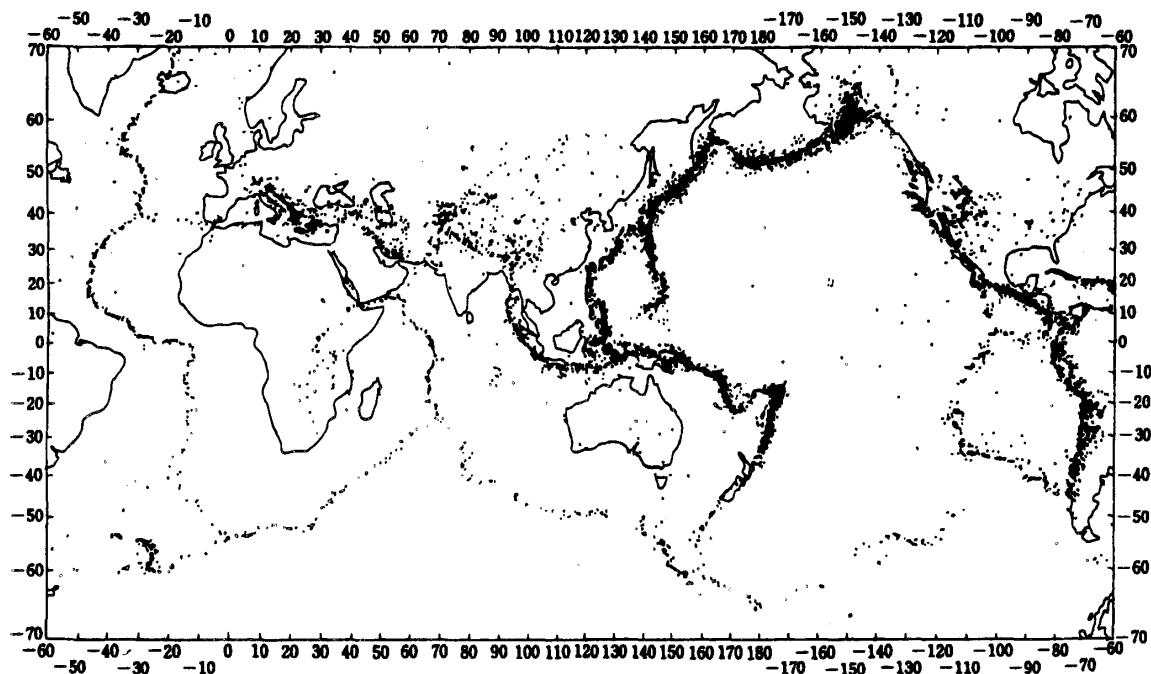


図1 地震帯の分布図。大きな地震が顕著に繰り返されるのは、地球上の極めて限られた地域である。それは狭い帯状になって分布するので地震帯と呼ばれている。

境界における地震発生のメカニズムには今なお不明な点が多い。プレートの相対運動によって、境界(断層)には一定の割合でストレス(歪による応力)が増大していく。断層のどこかで

※青森公立大学

ストレスが限界に達すると破壊（すべり）が生じ、それがある範囲に広がって蓄積されていた弾性エネルギーが解放される。その解放エネルギーの一部は振動となって伝播し、地表をゆるがす（これが地震である）。定性的にはこの理解でよいとしても、具体的な断層破壊のプロセスにまで踏み込んで、現実的な地震のモデルを組み立てようとする、そこには多くの問題が残っている。そもそも断層面とはどのような性質を持った接触面なのか、そこで破壊はどのように始まるのか、破壊はどのように進行するのか、またどのように止まるのか、破壊の規模と地震の規模との関係は、などなど重要な情報の多くが、依然として不明なままである。したがって今現在、我々が提唱できる地震のモデルは、いずれも大胆な仮説と単純化に基づくものであり、その正当性を直接検証する手立てはないといってよい。単純すぎるモデルは、地震という複雑な現象の本質を見失なう恐れもある。

地震にもある種の統計法則が成り立つことは古くから知られていた。すなわち、ある場所で繰り返し発生する地震についてその統計を調べてみると、マグニチュード M の地震が起きる頻度 n が

$$\log n(M) = a - bM \quad (1)$$

という関係式でよく表わされる。 a は地震帯の場所に依存し、地震の頻発地帯ではより大きい値を取る。また b は1に近い定数である。(1)式はGutenberg-Richter (GR) 則と呼ばれている。最近ではマグニチュード M の代わりに地震のモーメント m を用いて地震の規模を表わす場合が多い。 m は破壊された断層面の大きさとすべりの大きさの積に比例し、 M とは $M = \log m$ という関係がある（経験則）。GRの式を m を用いて表わすと

$$n(m) \propto m^{-\tau} \quad (2)$$

というべき則が得られる。このべき則が存在するという事は、地震という現象が一種の臨界現象 (m についてスケール不変) であることを意味する。ここで $\tau = b + 1$ である。

GR則の指数 b の値は、地域に依存して変化する。地域を特定すれば、 $M = 3 \sim 8$ という広いレンジにわたって b は一定値をとる。地震活動が活発な沈み込み領域の断層や横ずれ断層では、 b の値が0.8~1.2の範囲にあり、プレートが湧き出る海嶺では b の値が1.2を越える。また小さな断層が多数散在する内陸部の地震では、一般に b の値が0.4~0.6と小さい(参考文献1参照)。実は M の観測値が常に高い信頼性を持つとは言えないので、臨界指数 b の精度、さらにGR則の成立そのものにもまったく疑問がないわけではない。しかし多くの研究者は、臨界性を地震のもっとも重要な性質の一つとみなしている。

地震のモデルは、まずこの臨界性を説明できるものでなければならない。さらに臨界指数 b の値は本来一定なのか(ユニバーサリティがあるのか)、それとも観測事実が示すように地域

に依存して変化するのか、変化するとすればなぜかという問いに対して答えられなければならない。地震のモデルの良し悪しを判断する基準の一つは、これらの問いに自然な解答が与えられるかどうかである。

2 モデル

以下紹介する我々の地震のモデルも、すでに提唱されている他のモデル同様、大胆な仮説と単純化に基づくものである。地震は断層面破壊の結果引き起こされる2次的な現象なので、ここでは断層破壊のプロセスにのみ注目する。破壊の結果、どのような地震動が発生するのかは別のテーマとする。

図2aは、海洋性プレートが大陸性プレートの下へ沈み込む様子を概念的に示したものである。この2次元の断層面で起こる破壊現象を、思い切って単純化する。まず断層面を均等なセルに分割する(図2b参照、空間の離散化)。さらに時間も離散化して、単位時間に単位距離だけ海洋性プレートの沈み込みが進行するとする。実際の断層面は決して均質ではないだろうし、沈み込みの浅い部分と深い部分とでは温度その他の相違によって接触面の性質も変わるだろうし、異方性もあるだろう。しかし簡単のために各セルの性質はすべて同じと仮定する。すなわちここでは、破壊という複雑な現象を、いわゆる「セルオートマトン」という力学系に単純化して、現象論的に取り扱おうというわけである。

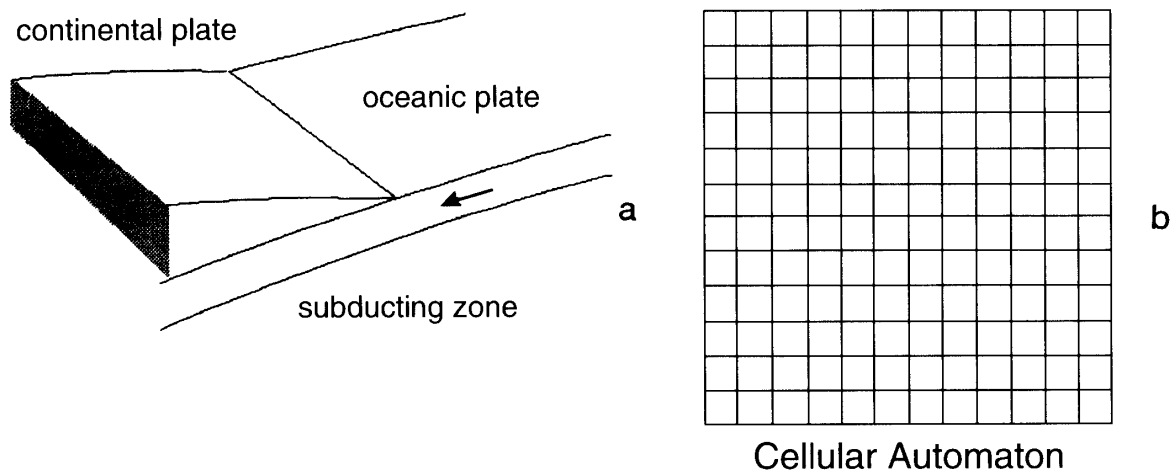


図 2 a) 収束境界 (subducting zone) の概念図。海洋性プレートが大陸性プレートの下へ沈み込んでいく様子。境界 (断層) には一定の割合でストレス (ひずみ) が蓄積されていく。b) 断層を均一なセルに分割する。i番目のセルのストレスを s_i と表す。

各セルには一定の割合でストレスが蓄積されてゆく。やがてどこかのセルで破壊 (すべり) が起こるわけであるが、破壊現象は一般的に再現性が乏しいことに注意する。すなわちどれほど外的条件を揃えていても、破壊に至るひずみの限界値が「一定」になることはなく、常にある平均値の周りにバラついている。セルにおける破壊についてもこの種のあいまいさを考慮に

入れて、セル破壊はそのセルに蓄積されたストレス s の大きさに依存して確率的に決まるとする。セル破壊の確率関数 $P(s)$ として、ここでは

$$P(s) = 1 / [\exp[(s_0 - s) / s_0 \delta] + 1] \quad (3)$$

を用いる。 s_0 は破壊に至るストレスの平均値であり、 δ は破壊のあいまいさを特徴づけるパラメータである。図3に、 $\delta = 0.05$ の場合について確率関数 $P(s)$ を示す。

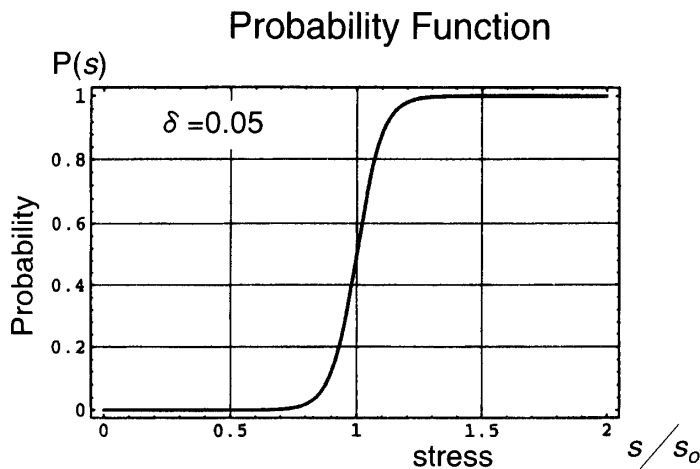


図3 セル破壊の確率関数。

やがてあるセルが最初に破壊を起こしてストレスを解放する。するとその4つの近傍セルには、瞬時になんらかの影響が及ぶであろう。そしてその結果近傍セルのいくつかはさらに破壊を起こし、さらにその近傍セルにも連鎖反応(なだれ)的に破壊が進行していく可能性がある。ところが、破壊を起こしたセルのストレスの値がどう変わるのか、解放されたひずみエネルギーがどのように振動エネルギー、近傍セルの弾性エネルギー、そして熱エネルギーに再分配されるか、という肝腎なことが実はなにもわかっていない。そこでここでは詳細には立ち入らず、破壊の進行をある種の「ルール」として再現することを試みる。

まず離散的な時刻を1単位進めたら、すべてのセルのストレス値を1単位だけ増加させる。次にランダムにセルを選び、そのセルの破壊確率 P を計算し、コンピュータで発生させた疑似乱数 R と比較して、もし $R < P$ ならセルの破壊が起きるとする(モンテカルロ法)。最初に破壊を起こしたセル i (トリガーセル)のストレス s_i は0値に戻す(図4a)。その結果、近傍の4セルのストレスが一時的に増加すると仮定し、それを

$$s_j' \rightarrow s_j + \alpha s_i \quad (4)$$

とおく。ここで s_i はトリガーセルから解放されたストレス、 s_j は近傍セルのストレス、 s_j' は一

時的に増加したストレスである。ここで重み α は恣意的パラメータとして導入した。一時的なストレス値 s_j' は、セル j の破壊確率を計算する時だけの「仮の値」である。セル j に破壊が広がるかどうかは、 s_j' の値を用いて破壊確率を計算し、発生乱数と比較するという同様の手続きで決める。4近傍について順にこの手続きを行なうが、その順序は問題にならない。もし近傍セルの破壊が起これば、その(それらの)セルのストレス値 s_j を0に戻す。これが第1stageである(図4b)。第2stageは第1stageで破壊を起こしたセルの近傍の(まだ破壊されていない)セルに対して同じ手続きを繰り返す(図4c)。この連鎖(なだれ)的セル破壊は、やがてどこかのstageにおいてすべての候補セルが破壊を起こさなかった時に終了する。こうしてトリガーセル(震央)から発生した破壊の広がり(地震の規模)が決まる。この連鎖破壊によって解放されたセルストレス値の総和が、地震のモーメント m に比例する。

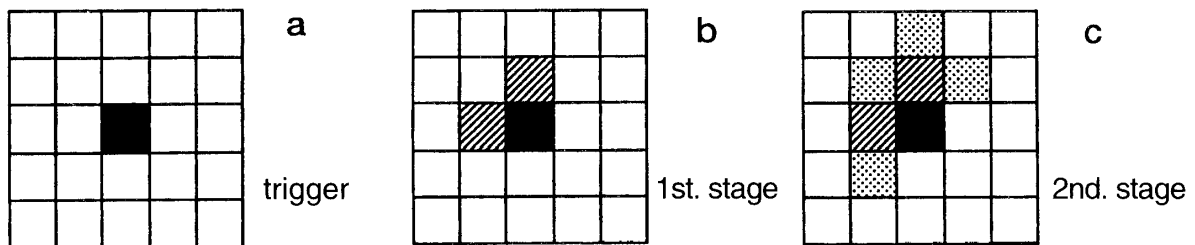


図4 破壊の進行の概念図。a) 最初に図の中央のセルで破壊が起きた(トリガーセル) b) トリガーセルの近傍セル(候補セル)ではストレスが一時的に増加し、その結果2つのセルが連鎖的な破壊を起こした(第1stage)。c) 第1stageで破壊を起こしたセルの近傍セルではストレスが一時的に増大し、さらに4つセルが連鎖的な破壊を起こした(第2stage)。このプロセスを繰り返し、やがて候補セルのすべてで破壊が起こらなくなったとき、トリガーセルから始まった破壊の進行が終わる。

再びランダムにセルを選び、もしそのセルがトリガーとなれば上記のプロセスを繰り返して破壊領域の大きさを決める。システムサイズが N セルなら、このランダムなトリガーセル探しは N 回行なう。トリガー探しが終わるまで1回も破壊が起きない場合もあれば、数回(トリガーが数個)破壊が起きることもある。トリガー探しがすべて終わったら時刻を1単位進め、各セルのストレスを1単位増加させる。あとは同じプロセスの繰り返しである。なお時刻 $t=0$ で各セルにはランダムな初期ストレス値を与える。やがてこの初期状態による履歴は消えるので、その後長時間破壊のシミュレーションを継続する。発生する地震のモーメント m は系の微視的状态に依存し、さまざまな分布をとる。図5に、繰り返し発生する破壊(m に比例する大きさの円を描く)の様子を、時系列的に示した。

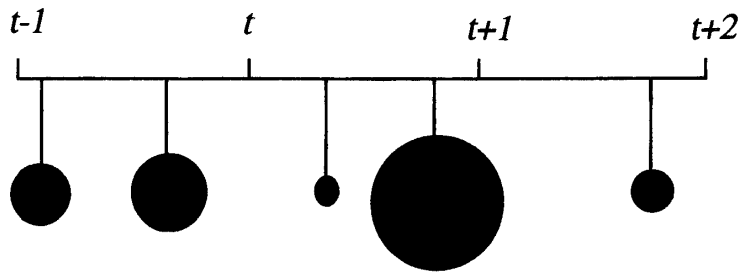


図 5 断層で起こる破壊を時系列的に示した概念図。各ステップで起こった破壊を円で表した(円の半径が破壊の規模、すなわち地震のモーメント m に比例)。

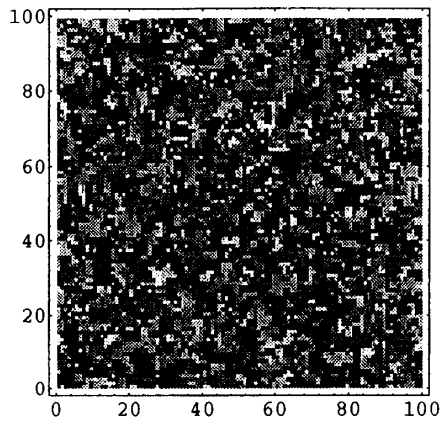
3 シミュレーションの結果

我々の地震の確率モデルは δ と α という2つのパラメータを持つ。 δ は破壊のあいまいさを特徴づけるパラメータであるが、もう一方の α 、すなわち解放されたストレスの近傍セルへの一時的な分配を決めるパラメータの解釈は自明ではない。第2stage以降破壊を起こす候補セルの数は変動する(1~3)のだから、 α に一定値を与えるということ自体が恣意的なものである。むしろ微視的に見れば複雑な「破壊の進行」というプロセスを、 α というパラメータ一つに代表させて(押しつけて)しまったわけである。そして α の値が大きいほど、破壊が進行しやすいことになる。 α の妥当な範囲は $1/4 \sim 1$ と著者は考える。

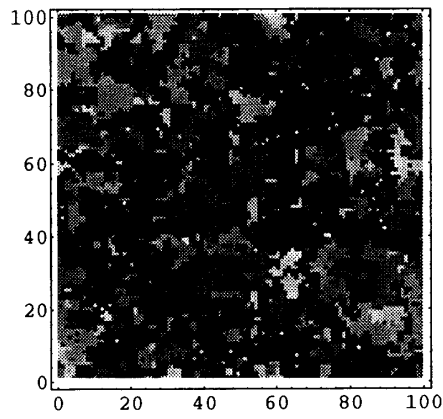
シミュレーションは周期的境界条件をつけたシステムサイズ $N=100 \times 100$ の系について行った。以下その結果を要約する。まずパラメータ δ を0.05に固定しておき、 α を徐々に増加させた時の系の振舞いについて議論する。

α が小さい間は、小規模の破壊が時間的にも空間的にもランダムに、しかも極めて頻繁に起こっている。反対に α が大きいと、破壊の規模はシステム全体の大きさに匹敵するようになり、それはほぼ規則的に繰り返される。前者においては破壊の規模(空間的な広がり)が「局在化」しており、後者では「非局在化」しているわけである。この事情をよりよく理解するために、図6aに局在状態($\alpha=0.2$)における、断層面のストレスのスナップショットを示した。ここでは各セルの持つストレスの大きさを密度(濃淡)グラフで表わしている(明るいセルほどストレス値が大きい)。局在状態では近傍のセル間に相関が認められるだけである。これは上に述べた小規模破壊のランダムさを反映している。また図6cには非局在状態($\alpha=0.6$)における断層のストレスのスナップショットを示した。この図は大きな破壊が起こった直後の様子であり、破壊領域(図の黒い部分)がほとんどシステム全体に波及していることがわかる。

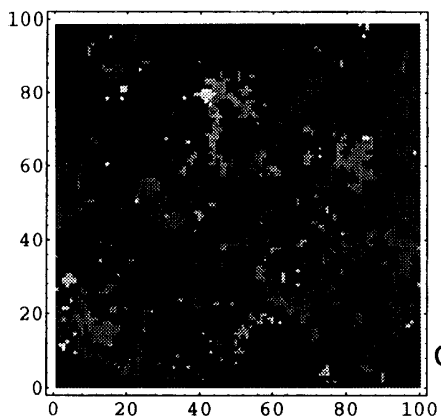
破壊の規模は α のある臨界点を境に局在から非局在へと「転移」を起こす。シミュレーションの結果によれば臨界点は $\alpha=0.37$ 付近($\delta=0.05$ の場合)である。図6bに臨界点におけるストレスのスナップショットを示す。大小さまざまなサイズの相関領域がモザイク状に分布しているが、それらは過去に起こった破壊領域のサイズを反映している。



a
localized

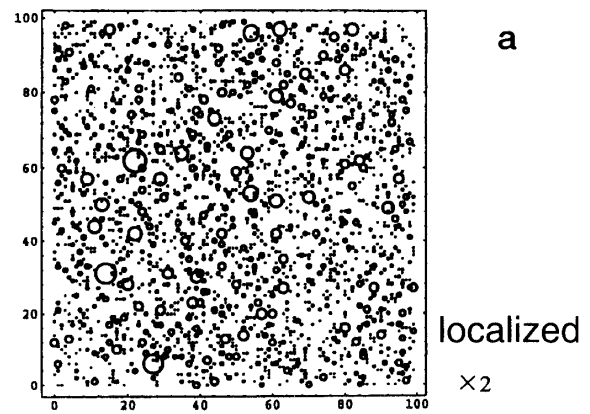


b
critical

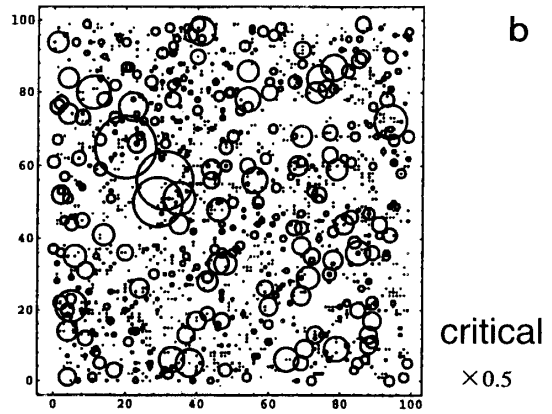


c
delocalized

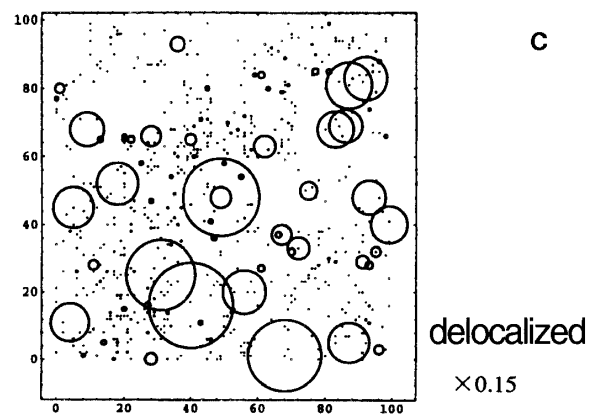
図6 断層面のストレス分布の密度グラフ (δ は0.05に固定)。明るいセルほどストレスが大きい。a) 局在状態 ($\alpha=0.2$) b) 臨界状態 ($\alpha=0.37$) c) 非局在状態 ($\alpha=0.6$)



a
localized
 $\times 2$



b
critical
 $\times 0.5$



c
delocalized
 $\times 0.15$

図7 震央(トリガーセル)の空間分布と破壊の規模(円の半径が m に比例)。a) 局在状態 ($\alpha=0.2$)。b) 臨界状態 ($\alpha=0.37$)。c) 非局在状態 ($\alpha=0.6$)。それぞれの図の右下に円の作図スケールを示す。

図7aは、局在状態 ($\alpha=0.2$) における破壊 (地震) の震央分布とその規模を示す。すなわち約2000回の地震のそれぞれについて、その震央 (トリガーセルの位置) を中心とし、破壊の規模 m に比例する半径の円を描いた。同様に図7bは臨界状態 ($\alpha=0.37$) の約2000回の破壊、また図7cは非局在状態 ($\alpha=0.6$) の約720回の破壊の震央分布を示す。図の右下に、各状態における円の大きさを比較するために、作図スケールを書き込んだ。局在状態では、小さな破壊が断層の至る所で頻発し、規模 m の破壊の頻度を調べるとそれは指数関数的な統計分布をする。非局在状態では、規模の大きな破壊がある種の規則性を持って繰り返される。大きな破壊の間には小さな破壊も起きるが、前者と比較すれば後者は無視できる規模の破壊である。臨界状態での破壊は、図7bに描かれた円の位置と大きさの分布から直観的にわかるように、フラクタル性を示す (m の統計分布については後であらためて議論する)。

次に断層面に蓄積されるストレス S の時間変化を見てみよう。 S は各セルのストレス s_i の総和である。

$$S(t) = \sum_{i=1}^N s_i(t) \quad (5)$$

また各時間ステップにおける S の変化から定常的な増分 N を引いたもの、すなわち $S(t) - S(t-1) - N$ は、もしそれが負になればなんらかの破壊が起こって相当する量のストレスが解放されたわけだから、その絶対値をとって以下 stress drop $D(t)$ と定義する。 $D(t)$ が突出した場合、そのステップでは大きな規模の断層破壊が起こったことになる。

まず局在状態 $\alpha=0.2$ の場合について S と D の時間変化を見よう (δ は0.05に固定)。図8aの上に $S(t)$ 、下に $D(t)$ (棒グラフ) を示した。 S は小刻みに変動しているが、いままで繰り返し述べてきたように、断層面の小規模破壊が至る所で頻繁に起きているからである。同様に非局在状態 $\alpha=0.6$ の場合の S と D のグラフを図8cに示す。図8aとは対照的に、非局在状態の S はのこぎり歯状の時間変化をする。これは長い時間、破壊がまったく起こらないままストレスが定常的に増加し、その後大規模な破壊が起きることを示している。しかもその破壊はほぼ規則的に繰り返される。なお先の図7cに示した震央分布は、図8cの時間範囲で起こった破壊に対して作図したものである。特に図7cの大きな4つの円は、図8cで突出する4つの D (これらは規則的に現われる) に対応している。これはシステムサイズに匹敵する大きな破壊が起きたため、有限サイズの系によく見られる現象である。臨界状態 $\alpha=0.37$ の S と D のグラフは図8bに示した。図に示した時間範囲では大きな破壊がほぼ等間隔で起きているが、十分長い時間範囲で見れば大きな破壊の間に規則性はない。先の図7bの震央分布は、図8bの時間範囲内に起こった破壊に対して作図したものである。

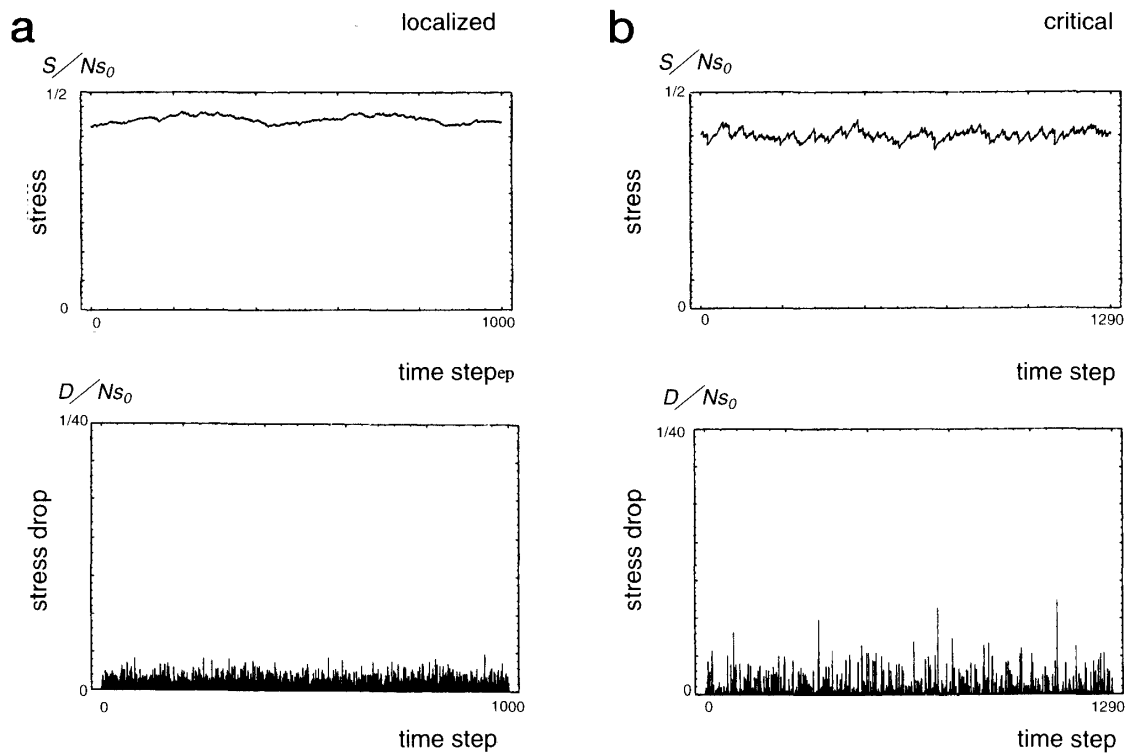


図 8 断層面のストレスの総和 S (上図) と破壊による stress drop D (下図、棒グラフ) の時間変化 (δ は 0.05 に固定)。
 a) 局在状態 $\alpha=0.2$ b) 臨界状態 $\alpha=0.37$ c) 非局在状態 $\alpha=0.6$

以下臨界状態に注目して議論する。ここでは破壊の規模 m と、その規模の破壊が起きる頻度 $n(m)$ の間にはベキ則が成り立つ。実際に $\delta=0.05$ 、 $\alpha=0.37$ の場合について、約 3000 回の破壊に対する $n(m)$ の両対数グラフを作ったのが図 9b である (図 9a はその震央分布)。図 9b は、ほぼ 2 桁の範囲でよい直線関係が得られることを示し、 $n(m)$ は (2) 式で与えられることが分かる。臨界指数 τ の値は 1.6 程度である。したがって b 値は 0.6 となる。

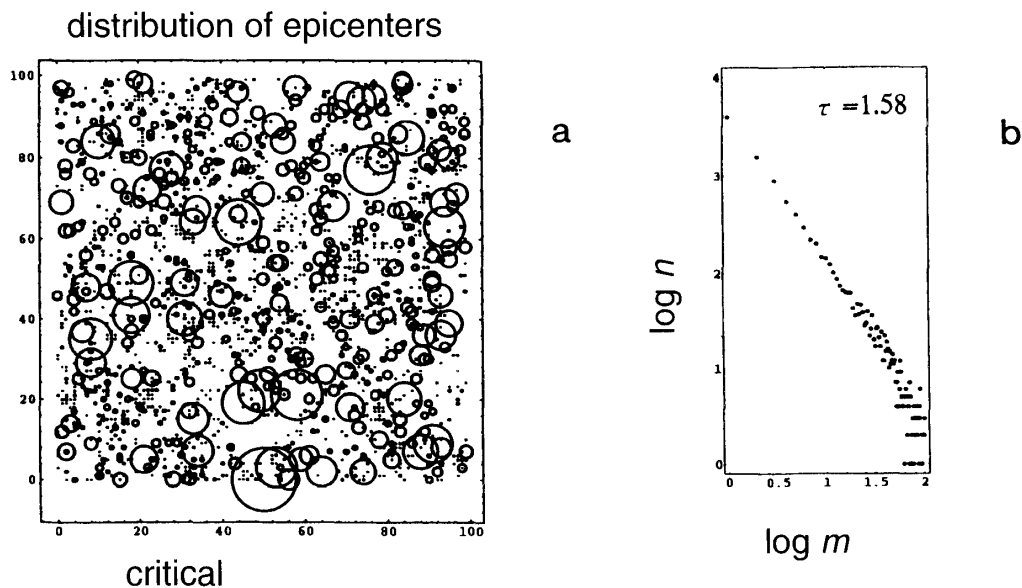
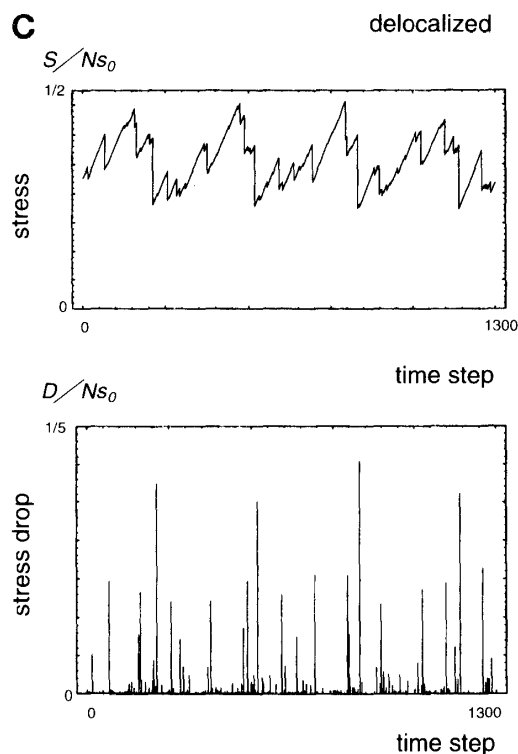


図 9 a) 臨界状態における約 3000 回の破壊の震央分布。b) 破壊の規模 m とその頻度 n の両対数グラフ。 $n(m)$ はベキ則で与えられ、臨界指数 τ の値は 1.58 となる。



同じ計算を δ の値を変えながら行ない、 $n(m)$ がベキ則を満たすような α の臨界値を決めた。その情報から $\delta\alpha$ 平面の上で局在状態と非局在状態とを分ける相図を作ったのが図10aである。この相図の臨界線上で τ の値は単調に変化する。図10bは臨界値 α_c の関数として $b = \tau - 1$ を表わしたものである。 α_c が $1/4 \sim 1$ の範囲で、 b の値は 0.8 から 0.15 あたりまで単調に減少する。

4 議論

ここで提案した地震の確率セルオートマトンモデルは、断層におけるさまざまな破壊現象を、2つのパラメータ（それぞれ破壊のあいまいさと破壊の広がりやすさを特徴づける）を変えることにより統一的に再現できる。すなわち小規模破壊が極めて頻繁に起きる場合（局在状態）から、大きな破壊がほぼ規則的に繰り返される場合（非局在状態）まで。そして臨界状態においては、さまざまな規模の破壊が不規則に起こり、その統計分布からはGR則が導かれる。パラメータの違いは断層面の地球物理的性質の違いであり、それが断層全体のふるまいに反映されることになる。この意味で我々のモデルは、地震という複雑で多様な現象を、地球物理的な立場から自然に説明できるモデルと言えよう。

現実の断層にはさまざまな種類があり、際立った地震を起こさない断層もあれば、逆に40～100年周期で規則的に巨大地震を繰り返す断層もある。我々のモデルでいえば、前者は破壊の局在状態に対応し、そこでは小さな地震が頻発して蓄積されるストレスが定常的に散逸されている。一方後者は破壊の非局在状態に対応し、そこでは系のサイズ（沈み込み領域の広がり）